## EXERCICE N°1 — 5 points — 35 ' — PRINCIPALE 2016

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$ .

On considère les points $A$ et $B$ *d'affixes* respectives $a=2e^{i\frac{\pi}{6}}$ et $b=2e^{i\frac{\pi}{4}}$.

**1°) a)** Construire, dans le repère $(O,\vec{u},\vec{v})$ , les points $A$ et $B$.

**b)** Ecrire $a$ et $b$ sous forme algébrique.

**2°)** La droite parallèle à l'axe des ordonnées passant par $A$ et la droite parallèle à l'axe des abscisses passant par $B$ se coupent en un point $C$.

**a)** Déterminer l'affixe $c$ du point $C$.

**b)** Vérifier que $c^2=1+2i\sqrt{6}$ .

**3°)** On considère le point $D$ d'affixe $c^2$.

**a)** Montrer que $OD$=5.

**b)** En déduire une construction du point $D$.

**4°)** Résoudre dans $\mathbb{C}$ , l'équation $2z^2-2z-i\sqrt{6}=0$.

On désigne par $z_1$ la solution dont la partie réelle et la partie imaginaire sont positives et par $z_2$ l'autre solution .

**5°)** Soit les points $I,M_1$ et $M_2$ d'affixes respectives $1,z_1$ et $z_2$.

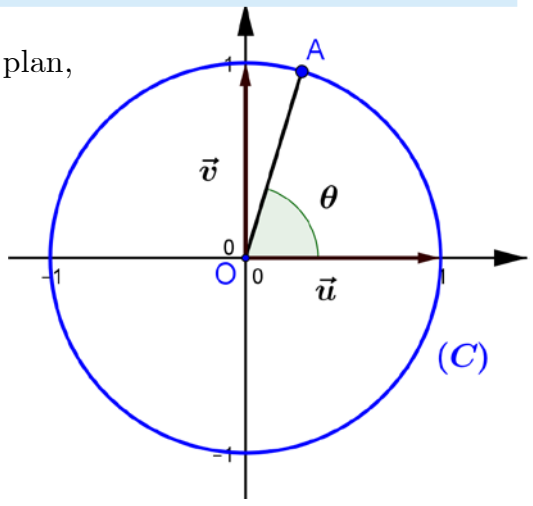
**a)** Justifier que le point $M_1$ est le milieu du segment $[IC]$.

**b)** Montrer que le quadrilatère $OCM_1M_2$ est un parallélogramme.

**c)** Construire les points $M_1$ et $M_2$.

## EXERCICE N°2 — 5 points — 30 ' — CONTRÔLE 2016

Dans la figure ci-contre, $(O,\vec{u},\vec{v})$ est un repère orthonormé direct du plan, $(C)$ est le cercle de centre $O$ et de rayon 1 et $A$ est le point de $(C)$ d'abscisse $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ et d'ordonnée positive.




On note $a$ l'affixe du point $A$.

**1°)** Soit $\theta$ une mesure de l'angle orienté $\left(\vec{u},\overrightarrow{OA}\right)$ .

**a)** Donner en fonction de $\theta$ , l'écriture exponentielle des nombres complexes $a$ , $\overline{a}$ , $a^2$ et $\overline{a}^2$.


: 23390248 - 29862267
Tous droits réservés © TakiAcademy.com

**b)** Construire les points $B$, $C$ et $D$ d'affixes respectives $\overline{a}$ , $a^2$ *et* $\overline{a}^2$.

**2°) a)** Justifier que $a+\overline{a}=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$.

**b)** Montrer que $a$ et $\overline{a}$ sont les solutions de l'équation $(E)$ : $z^2-\left(\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\right)z+1=0$.

**3°) a)** Montrer que pour tout nombre complexe $z$,

$$z^5-1=(z-1)\left[z^2-\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)z+1\right]\left[z^2+\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)z+1\right].$$

**b)** En déduire que $a$ est une racine cinquième de l'unité.

**4°) a)** Donner sous forme exponentielle les racines cinquièmes de l'unité distinctes de 1.

**b)** Vérifier que $e^{\frac{2i\pi}{5}}$ est l'unique racine cinquième de l'unité dont la partie réelle et la partie imaginaire sont strictement positives.

**c)** En déduire que $a=e^{\frac{2i\pi}{5}}$ .

**5°)** Soit $I$ le point d'affixe 1. Montrer que les points $I$, $A$, $C$, $D$ et $B$ sont les sommets d'un pentagone

## EXERCICE N°3 — 4,5 points — 30 ' — PRINCIPALE 2017

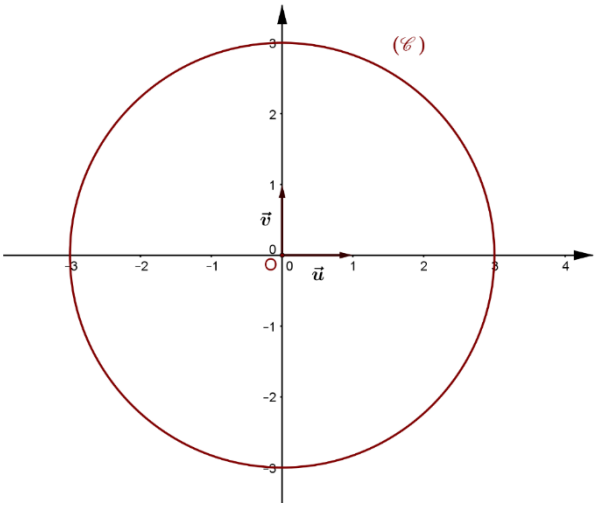
**1°)** On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E)$ : $z^2-\left(\sqrt{5}+2i\right)z+1+4\sqrt{5}\ i=0$.

**a)** Calculer $\left(\sqrt{5}+2i\right)^2$.

**b)** Vérifier que le discriminant de l'équation $(E)$ est : $\Delta=-3\left(\sqrt{5}+2i\right)^2$.

**c)** En déduire que les solutions de $(E)$ sont : $a=\left(\sqrt{5}+2i\right)\left(\dfrac{1+i\sqrt{3}}{2}\right)$ et $b=\left(\sqrt{5}+2i\right)\left(\dfrac{1-i\sqrt{3}}{2}\right)$.

Dans la figure ci-dessous, $(O,\vec{u},\vec{v})$ est un repère orthonormé direct du plan, $\mathscr{C}$ est le cercle de centre $O$ et de rayon 3.




**2°)** Soit $Q$ le point d'affixe $\sqrt{5}+2i$.

**a)** Montrer que le point $Q$ appartient à $\mathscr{C}$.

**b)** Construire alors le point $Q$.

**3°)** Soient $A$ et $B$ les points d'affixes respectives les nombres complexes $a$ et $b$.

**a)** Montrer que les points $A$ et $B$ appartiennent au cercle $\mathscr{C}$.

**b)** Vérifier que $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OQ}$.

**c)** En déduire que le quadrilatère $OAQB$ est un losange.

**d)** Construire alors les points $A$ et $B$.


: 23390248 - 29862815
Tous droits réservés © TakiAcademy.com